

モデル

以下のような代表的家計・代表的企業からなる経済を考える。

【企業】企業は第5章のRBCモデルと同じ。財市場は完全競争である。企業の生産関数は

$$y_t = A_t(k_t^d)^\alpha \ell_t^{1-\alpha}$$

とする。ただし y_t は生産量、 A_t は技術水準 (TFP)、 k_t^d は資本投入量、 ℓ_t は労働投入量である。また、毎期の企業の利潤 Π_t は以下で与えられる。

$$\Pi_t = y_t - r_t k_t^d - w_t \ell_t$$

ただし、 r_t は資本の実質レンタル料率、 w_t は実質賃金率である。

生産技術は以下の確率過程に従って、遷移する。

$$\log(A_t) = \rho_A \log(A_{t-1}) + (1 - \rho_A) \log(\bar{A}) + \varepsilon_t^A$$

ただし、 \bar{A} は生産技術の定常状態値、 ε_t^A は平均ゼロの技術ショックである。

【家計】家計は資本 k_t (t 期初の資本量) を保有し、労働 h_t と資本を企業に提供し、賃金収入と資本収入を得るが、政府からはランブサム税 T_t を徴収される。得られた収入で消費 c_t と投資 i_t を決定する。このため、家計の予算制約は

$$c_t + i_t = w_t h_t + r_t k_t - T_t$$

となる。また資本の遷移式は以下とする。

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

家計の効用関数は以下で与えられる。

$$U = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\log(c_t) - h_t \right] \right\}$$

【政府】政府は均衡財政を保ち、政府支出 g_t と家計からの税収 T_t が每期等しくなる。また、政府支出は外生で以下の確率過程で遷移する。

$$\log(g_t) = \rho_G \log(g_{t-1}) + (1 - \rho_G) \log(\bar{g}) + \varepsilon_t^G$$

ただし、 \bar{g} は政府支出の定常状態値、 ε_t^G は平均ゼロの政府支出ショックである。

問題

- 問 1 家計の効用最大化問題を設定し、最適化の条件（オイラー方程式と（消費一定の下での）労働供給曲線）を導出せよ。また、このモデルでの効用関数の下での労働供給は賃金にどう反応するか？上記の労働供給曲線に基づいて答えよ。
- 問 2 企業の利潤最大化問題を設定し、最適化の条件（労働需要曲線・資本需要曲線）を導出せよ。
- 問 3 この経済における均衡条件を導出せよ。変数の数と均衡条件の数が一致することも確認すること。
- 問 4 定常状態での均衡条件を導出せよ。
- 問 5 この経済の均衡条件を定常状態まわりで対数線形近似せよ。
- 問 6 Dynare を用いて、技術ショック ε_t^A および政府支出ショック ε_t^G に対する各変数のインパルス応答関数を求めよ。（対数線形近似で計算するように Dynare のプログラムを書くこと。）モデルのパラメータ値は以下とする。 $\beta = 0.96$ 、 $\delta = 0.1$ 、 $\rho_A = \rho_G = 0.9$ 、 $\alpha = 1/3$ 、 $\bar{A} = 1$ 、 $\bar{g} = 0.1$ 、加えて、Dynare の shocks の項で入力する ε_t^A と ε_t^G の標準偏差は 0.01 と書くこと。
- 問 7 技術水準の定常状態 \bar{A} および政府支出の定常状態 \bar{g} が上昇すると、各変数はどう変化するか。 $\bar{A} = 1 \sim 1.2$ で変化したとき、 $\bar{g} = 0.1 \sim 0.15$ で変化したときをそれぞれ考え、Matlab を用いてグラフで表せ。パラメータ値は問 6 と同じものを用いること