モデル

第１３章では TFP に関するニュースショックの影響について分析を行った．ここでは，ニューケインジアンモデルを使って政策のニュースショックの効果を分析しよう．政策のニュースショックは、将来の政策について政府がアナウンスしたと解釈することができる．

以下のような経済を考える．

【最終財企業】最終財企業は中間財 $y_t(i)$ から最終財 Y_t を生産し，完全競争だとする．（最終財価格は P_t）ここで最終財企業の生産関数は以下である．（$\theta > 1$）

$$Y_t = \left(\int_0^1 y_t(i)^{\frac{\theta-1}{\theta}} di \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

【中間財企業】中間財市場は独占的競争である．中間財 i 企業の生産関数は

$$y_t(i) = A_t(k_t(i)^d)^\alpha \ell(i)_t^{1-\alpha}$$

とする．ただし $y_t(i)$ は生産量、A_t は技術水準（TFP）、$k_t^d(i)$ は資本投入量、$\ell_t(i)$ は労働投入量である．また、Rotemberg 型の価格の調整費用があり、中間財企業の t 期から先の割引利潤 $\Pi_0(i)$ は以下で与えられる．

$$\begin{aligned}\Pi_t(i) =& E_t\Bigg\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \left(\frac{\lambda_{t+j}}{\lambda_t} \right) \left[\left(\frac{p_{t+j}(i)}{P_{t+j}} \right) y_{t+j}(i) - tc\Big(y_{t+j}(i) \Big) \right. \\ & \left. - \frac{\xi^P}{2} \left(\frac{p_{t+j}(i)}{p_{t+j-1}(i)} - \pi \right)^2 Y_{t+j} \right] \Bigg\}\end{aligned}$$

ただし、λ_t は家計のラグランジュ乗数、$p_t(i)$ は中間財 i の価格、$tc(\cdot)$ は総費用関数である．ξ^P は価格の調整費用に関するパラメータである．

生産技術は以下の確率過程に従って、遷移する．

$$\log(A_t) = \rho_A \log(A_{t-1}) + (1 - \rho_A) \log(\bar{A}) + \varepsilon_t^A$$

ただし、$\bar{A}$ は生産技術の定常状態値、ε_t^A は平均ゼロの技術ショックである．

【家計】家計は資本 k_t（t 期初の資本量）と名目債券 B_t（t 期初の保有量）を保有している．家計は労働 h_t と資本を企業に提供し、賃金収入と資本収入を得るが、政府からはランプサム税 T_t を徴収される．家計は得られた収入で消費 c_t と投資 i_t を決定する．このため、家計の予算制約は

$$c_t + i_t + \frac{B_{t+1}}{P_t} = w_t h_t + r_t k_t + \frac{R_{t-1} B_t}{P_t} + (\text{企業利潤}) - T_t$$

となる．ただし，R_{t-1} は名目債権の利子率（リスクフリー）である．また資本の遷移式は以下とする．

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t$$

家計の効用関数は以下で与えられる．

$$U = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{h_t^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right] \right\}$$

【政府（財政当局）】政府は均衡財政を保ち、政府支出 g_t と家計からの税収 T_t が毎期等しくなる．また、政府支出は外生で以下の確率過程で遷移する．

$$\log(g_t) = \rho_G \log(g_{t-1}) + (1-\rho_G)\log(\bar{g}) + \varepsilon_t^G$$

ただし、$\bar{g}$ は政府支出の定常状態値、ε_t^G は平均ゼロの政府支出ショックである．

【中央銀行】中央銀行はテイラールールに従って、名目利子率 R_t を操作する．

$$\log(R_t) = \log(\bar{R}) + \phi_\Pi \Big[\log(\pi_t) - \log(\bar{\pi}) \Big] + \phi_Y \Big[\log(Y_t) - \log(\bar{Y}) \Big] - \varepsilon_t^R - \eta_{t-4}^R$$

ただし、$\bar{\pi}$ は目標インフレ率（定常状態でのインフレ率）、$\bar{Y}$ は目標 GDP（定常状態での生産）、$\bar{R}$ は定常状態での名目利子率、ε_t^R は平均ゼロの融緩和ショック（サプライズ）、η_{t-4}^R は 4 期前に観測される平均ゼロの金融緩和ショック（ニュースショック）である．

【均衡】このモデルの均衡条件は、以下の式に技術・政府支出の遷移、金融政策の 3 本の式に以下を加えたものになる．

(限界効用) $\lambda_t = c_t^{-\sigma}$

(労働供給曲線) $h_t^\gamma = \lambda_t w_t$

(オイラー B) $\lambda_t = \beta E_t \left[\left(\dfrac{\lambda_{t+1}}{\pi_{t+1}} \right) R_t \right]$

(オイラー k) $\lambda_t = \beta E_t \Big[\lambda_{t+1} (1 - \delta + r_{t+1}) \Big]$

(費用最小化 h) $w_t = (1-\alpha) mc_t \dfrac{Y_t}{h_t}$

(費用最小化 k) $r_t = \alpha mc_t \dfrac{Y_t}{k_t}$

(価格設定) $(\theta - 1) - \theta mc_t + \xi^P (\pi_t - \pi) \pi_t = \beta E_t \left[\left(\dfrac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right) \left(\dfrac{Y_{t+1}}{Y_t} \right) \xi^P (\pi_{t+1} - \pi) \pi_{t+1} \right]$

(財市場) $c_t + x_t + g_t = Y_t$

(集計生産関数) $Y_t = A_t h_t - \dfrac{\xi^P}{2} (\pi_t - \pi)^2 Y_t$

(資本遷移式) $k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t$

ここではゼロインフレの定常状態を考えることにし、ゼロインフレ定常状態まわりで対数線形化すると、以下の条件になる.

$$
\begin{aligned}
&(\text{限界効用}) && \hat{\lambda}_t = -\sigma \hat{c}_t \\
&(\text{労働供給曲線}) && \gamma \hat{h}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{w}_t \\
&(\text{オイラー } B) && \hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} - E_t \hat{\pi}_{t+1} + \hat{R}_t \\
&(\text{オイラー } k) && \hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + [1 - \beta(1-\delta)]\, E_t \hat{r}_{t+1} \\
&(\text{費用最小化 } h) && \hat{w}_t = \widehat{mc}_t + \hat{Y}_t - \hat{h}_t \\
&(\text{費用最小化 } k) && \hat{r}_t = \widehat{mc}_t + \hat{Y}_t - \hat{k}_t \\
&(\text{NKPC}) && \hat{\pi}_t = \frac{\theta - 1}{\xi^P} \widehat{mc}_t + \beta E_t \hat{\pi}_{t+1} \\
&(\text{金融政策}) && \hat{R}_t = \phi_\Pi \hat{\pi}_t + \phi_Y \hat{Y}_t - \varepsilon_t^R - \eta_{t-4}^R \\
&(\text{財市場}) && \left(\frac{c}{Y}\right) \hat{c}_t + \left(\frac{i}{Y}\right) \hat{i}_t + \left(\frac{g}{Y}\right) \hat{g}_t = \hat{Y}_t \\
&(\text{集計生産関数}) && \hat{Y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1-\alpha) \hat{h}_t \\
&(\text{資本遷移式}) && \hat{k}_{t+1} = (1-\delta) \hat{k}_t + \delta \hat{i}_t \\
&(\text{TFP の遷移式}) && \hat{A}_t = \rho_A \hat{A}_{t-1} + \varepsilon_t^A \\
&(\text{政府支出の遷移式}) && \hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_t^g
\end{aligned}
$$

ただし、$\hat{x}_t$ は定常状態からの乖離率を表す（$\hat{x}_t \equiv \log(x_t) - \log(\bar{x})$）

【パラメータ値】以下のパラメータ値とする（モデルでの１期間は１四半期を想定している）

– 割引因子 $\beta = 0.99$;
– 効用関数のパラメータ：$\sigma = \gamma = 1$
– 資本減耗率：$\delta = 0.025$
– 最終財企業の生産関数：$\theta = 6$
– 金融政策のパラメータ：$\phi_\Pi = 1.5$; $\phi_Y = 0.5$
– TFP と政府支出の慣性：$\rho_A = 0.95$; $\rho_g = 0.95$
– 定常状態での政府支出の対 GDP 比：$g/Y = 0.1$

問題

問 1 定常状態での投資・生産比率（i/Y）をどのように計算すればよいか．モデルのパラメータを使った式で解析的に表現せよ．

問 2 Rotemberg 型の価格硬直性を考える場合、価格の調整費用のパラメータ ξ^P をどのように求めるかがしばしば問題になる．一般的な方法は、Calvo 型と NKPC が全く同じになるような ξ^P を設定する．Calvo 型の NKPC と Rotemberg 型の NKPC を比較しながら、ξ^P をいくらにすべきか、κ などを使った式で表せ．ただし、Calvo 型の NKPC は以下になる．

$$\text{(Calvo 型の NKPC)} \quad \hat{\pi}_t = \frac{(1-\beta\kappa)(1-\kappa)}{\kappa}\widehat{mc}_t + \beta E_t \hat{\pi}_{t+1}$$

問 3 対数線形近似したモデルのプログラムを Dynare で作成して、金融緩和のニュースショックに対する消費・生産・投資・労働・限界費用・インフレ率のインパルス応答関数を求めよ．ただし、ξ^P は Calvo 型で価格改定確率 $1-\kappa=0.25$（年に一回の価格改定を想定）に対応した値を使うこと．また各ショックの標準偏差は 1 とする．このとき News-Driven Business Cycles（現在の消費・投資・労働・生産の上昇）は起きているか？

問 4 ここでモデルを修正しよう．まず、第 8 章で扱ったように Internal Habit の入った以下の効用関数を考える．

$$U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{(c_t - bc_{t-1})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{h_t^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right]$$

さらに以下の投資の調整費用を導入した資本遷移式を考える．

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t - \frac{\phi}{2}\left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1\right)^2 i_t$$

その他はこれまでと同じとする．

このとき、均衡条件および対数線形近似した均衡条件はどうなるか．(途中式は不要．答えのみで構わない)

問 5 問 4 のセッティングの下で、金融緩和のニュースショックに対するインパルス応答関数を求めよ．ただし、$b=0.6$、$\phi=15$ とする．またこのとき、News-Driven Business Cycles は起きてるか．

問 6 問 5 の結果は、以下の効用関数が External Habit のケースでも成立するか？(これも Internal Habit と同様に第 8 章と同じ)

$$U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{(c_t - b\bar{c}_{t-1})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{h_t^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right]$$

ただし、問５と同様に投資の調整費用も考え、パラメータ値も問５と同じものを使用すること.（ニュースショックに対するインパルス応答関数だけでよい）

問７ ここまでは金融緩和のニュースショックを考えてきた．最後に政府支出の遷移式を以下のように変更し、政府支出に関するニュースショックを考えよう.

$$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_t^g + \eta_{t-4}^g$$

ここで η_{t-4}^g は 4 期前に観測される政府支出に関するニュースショックである.

(a) 最初に考えたニューケインジアンモデル（消費の習慣形成なし・投資の調整費用なし）で政府支出のニュースショックで News-Driven Business Cycles は起きるか？

(b) また問４・問５と同じ Internal Habit と投資の調整費用を入れるとこの問題は解決するか.

(c) さらに問６で考えた External Habit と投資の調整費用の場合はどうなるか.