第１３章 経済成長（２）

応用マクロ経済学２

教員：奴田原 健悟
http://www.kengonutahara.com/teaching

第１３章のアウトライン

第１３章の授業でやること

1. ソロー・モデル
2. 人口成長のあるソロー・モデル

教科書との関係

- 「マンキューマクロ経済学 II（応用篇）」（東洋経済新報社）の第１章

１．ソロー・モデル

ソロー・モデル

______________________ (1924-) が開発

現代のマクロ経済学で広く用いられている理論

仮定

価格：＿＿＿＿＿＿的

資本ストック K

- ＿＿＿＿＿＿で、資本ストックは増加
- 生産に使った資本は＿＿＿＿＿＿

労働供給 L：人口が成長（但し、最初は一定を仮定）

消費・投資：後述

政府なし：$G = 0$、$T = 0$

閉鎖経済：純輸出 $NX = 0$

１人当たり生産関数 (1/3)

これまで授業で扱った生産関数

$$Y = F(K, L)$$

$\Longleftarrow$ 「＿＿＿＿＿＿生産関数」と呼ばれる

（経済**全体**の生産 Y、資本 K、労働 L の関係）

$\boxed{\text{新しい変数の定義}}$：

(１人当たり生産量)　　$y = Y/L$

(１人当たり資本)　　$k = K/L$

1人当たり生産関数 (2/3)

集計生産関数が、「規模に関して収穫 ____________」を仮定すると

$$zY = F(zK, zL)$$

いま $z = 1/L$ とすると

$$\begin{aligned} Y/L &= F(K/L, 1) \\ \Longleftrightarrow \quad y &= F(k, 1) \\ \Longleftrightarrow \quad y &= \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{(一人当たり生産関数)}} \end{aligned}$$

１人当たり生産関数 (3/3)

集計生産関数で MPK が逓減するなら、１人当たり資本 k の限界生産も ＿＿＿＿＿＿

$\Leftarrow$ (１人当たり資本の限界生産) $= f(k+1) - f(k)$ は、＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ とかけるため

前ページにあるように、１人あたり生産関数の定義は $f(k) = F(k, 1)$

貯蓄と投資 (1/2)

$\boxed{\text{消費}}$：貯蓄率 s 一定を仮定

$$c = \underline{\hspace{6cm}}$$

$\Leftarrow$ ケインズ型消費関数とは異なる！

- ソローモデルの消費関数：貯蓄率一定
- ケインズ型消費関数：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿一定

$\boxed{\text{貯蓄}}$：

$$(\text{貯蓄}) = \underline{\hspace{3.5cm}}$$

貯蓄と投資 (2/2)

$\boxed{\text{国民所得勘定の恒等式}}$：

$$
\begin{aligned}
& C + I = Y \\
\Longleftrightarrow \quad & c + i = y \\
\Longleftrightarrow \quad & i = \underline{\hspace{4cm}}
\end{aligned}
$$

（但し、$c = C/L$、$i = I/L$ は１人当たり消費・投資）

閉鎖経済では、（投資）＝（ $\underline{\hspace{4cm}}$ ）だから

$$i = sy = \underline{\hspace{4cm}}$$

資本の変化 (1/2)

一人当たり資本の増加分 Δk：

$$\Delta k = （投資）-（減耗）$$
$$= i - \delta k$$

（但し、δ(デルタ) は資本減耗率）

$i = sf(k)$ なので、以下が成立

資本蓄積式（ソローモデルで最も重要な式）

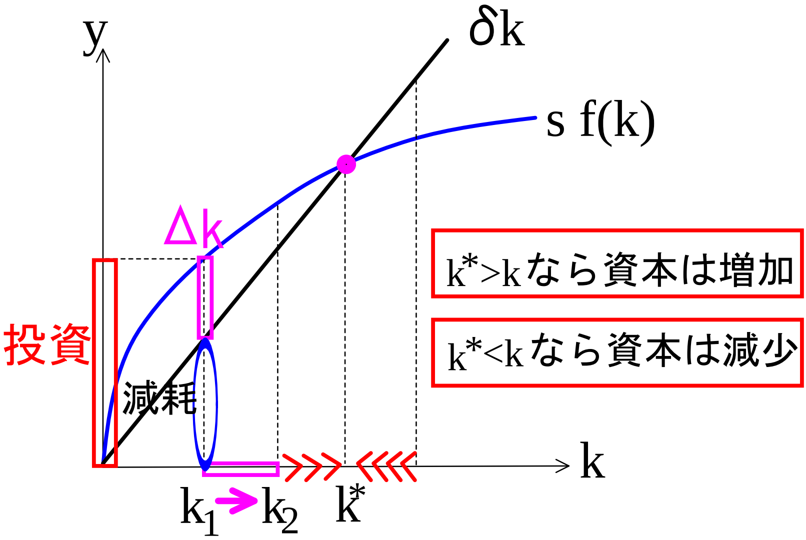
$$\Delta k = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

資本の変化 (2/2)

資本の変化をずっと追いかけるのは大変なので、
________________に注目することにする

- 定常状態：１人当たり資本が一定になっている状態（$\Delta k =$ ________）
- 定常状態の１人当たり資本ストック量：k^*

資本の変化



数値例 (1/2)

$\boxed{\text{集計生産関数}}$: $Y = K^{1/2}L^{1/2}$

規模に関して収穫一定なので

$$zY = (zK)^{1/2}\,(zL)^{1/2}$$

$z = 1/L$ とすると

$$\begin{aligned} Y/L &= (K/L)^{1/2}\,(L/L)^{1/2} \\ &= (K/L)^{1/2} \\ &= k^{1/2} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{1人当たり生産関数}}$: $y =$ __________

数値例 (2/2)

資本蓄積 Δk は

$$\begin{aligned}\Delta k &= sf(k) - \delta k \\ &= sk^{1/2} - \delta k\end{aligned}$$

定常状態では、 ________________ だから

$$\begin{aligned} 0 &= sk^{*1/2} - \delta k^* \\ \Leftrightarrow \quad sk^{*1/2} &= \delta k^* \\ \Leftrightarrow \quad \frac{s}{\delta} &= \frac{k^*}{k^{*1/2}} = k^{*1/2}\end{aligned}$$

計算問題

[問題] $y = k^{1/2}$、$s = 0.3$、$\delta = 0.1$ のとき、定常状態の１人当たり資本ストック量 k^*、１人当たり生産量 y^*、１人当たり消費 c^* を求めよ.

[解答] 前ページから、定常状態では

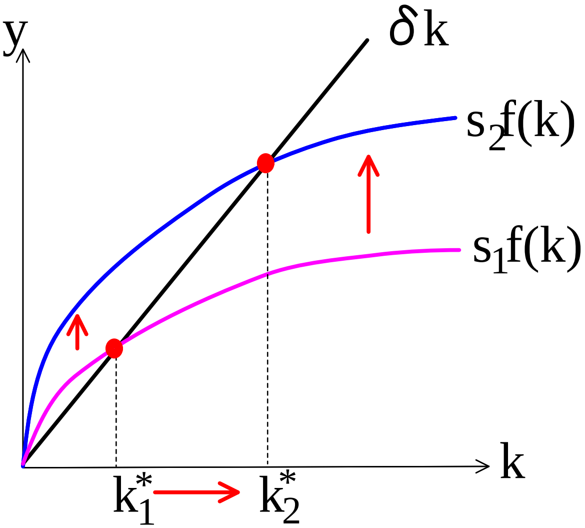
$$\frac{s}{\delta} = k^{*1/2}$$

$s = 0.3$、$\delta = 0.1$ を代入すると

$$\underline{\qquad\qquad} = k^{*1/2} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

なので、$k^* = \underline{\qquad\qquad}$、$y^* = k^{*1/2} = \underline{\qquad\qquad}$、
$c^* = (1 - s)y^* = \underline{\qquad\qquad}$

貯蓄率の影響 (1/2)



貯蓄率の影響 (2/2)

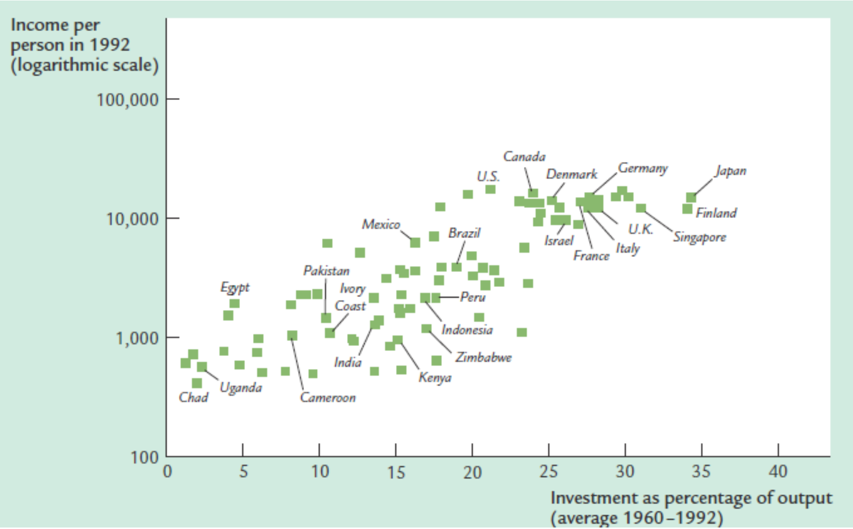
貯蓄率↑の効果（定常状態）

- 一人当たり資本 k^* ________
- 一人当たり生産 y^* ________
- 一人当たり消費 c^* ___________

ソロー・モデルによれば、貯蓄率の高い国は
１人当たり所得が ____________

$\Longleftarrow$ これはデータと整合的か？(次ページ)

データ：貯蓄率と一人当たり所得



黄金律 (1/3)

ソロー・モデルでは、貯蓄率 s に応じて
定常状態が異なる

最も望ましい定常状態：__________ が最大

$\Longleftarrow$ ____________ （Golden Rule）

- k_g^*：黄金律の定常状態１人当たり資本
- $c_g^* = (1 - s)f(k_g^*)$：黄金律の定常状態１人当たり消費

黄金律はどんな貯蓄率のときに達成されるか？

黄金律 (2/3)

消費を考えると

$$
\begin{aligned}
c_g^* &= y_g^* - i_g^* \\
&= \\
& \qquad \underline{\hspace{6cm}}
\end{aligned}
$$

（$\Delta k = i - \delta k$ は定常状態で $i^* = \delta k^*$）

k_g^* を１増加させたときの、消費の増加分 Δc_g^* は

$$
\begin{aligned}
\Delta c_g^* &= [f(k_g^* + 1) - \delta(k_g^* + 1)] - [f(k_g^*) - \delta k_g^*] \\
&= [f(k_g^* + 1) - f(k_g^*)] - \delta \\
&= \underline{\hspace{4cm}} - \delta
\end{aligned}
$$

黄金律 (3/3)

MPK は逓減するから、____________ のときに消費が最大

- $MPK > \delta$：資本は黄金律水準よりも __________ （貯蓄率は ________ すぎる）
- $MPK < \delta$：資本は黄金律水準よりも __________ （貯蓄率は ________ すぎる）

$\Longrightarrow MPK = \delta$ を達成できる貯蓄率で黄金律が達成

２．人口成長のある
ソロー・モデル

人口成長 (1/2)

ここからは、人口成長を考える：人口成長率 n

$$\frac{\Delta L}{L} = n$$

１人当たり資本一定に必要な投資量：

- __________：減耗分を補うために必要
- __________：新しく増えた人口に資本を配るのに必要

$\Longrightarrow$ ________________

人口成長 (2/2)

人口成長がある場合の資本の変化：

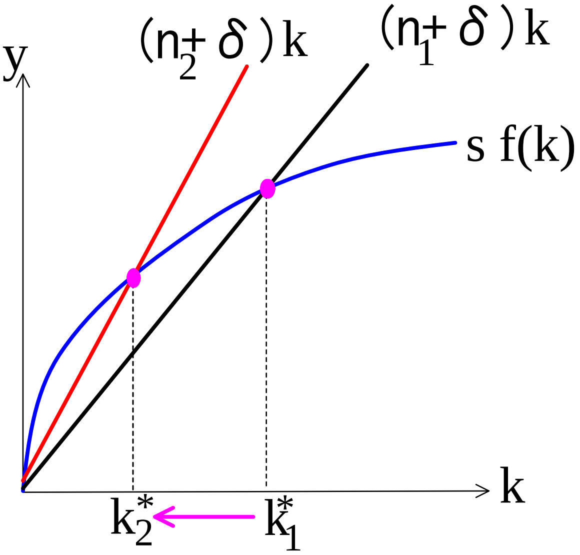
資本蓄積式（人口成長がある場合）

$$\Delta k = \underline{\hspace{7cm}}$$

$\Longleftarrow$ p11 の式の一般化になっている

- 上の式で $n =$ ________ だと、p11 に一致

人口成長率の影響 (1/2)



人口成長率の影響 (2/2)

人口成長率↑の効果（定常状態）

- １人当たり資本 k^* ________
- １人当たり生産 y^* ________
- １人当たり消費 c^* ________

人口成長率の高い国は、１人当たり所得が

____

$\Longleftarrow$ これはデータと整合的か？(次ページ)

データ：人口成長率と１人当たり所得

人口成長があるときの黄金律

消費を考えると

$$c_g^* = y_g^* - i_g^*$$
$$= \underline{\hspace{6cm}}$$

($\Delta k = i - (\delta + n)k$ は定常状態で $i^* = (\delta + n)k^*$)

k_g^* を１増加させたときの、消費の増加分 Δc_g^* は

$$\Delta c_g^* = [f(k_g^* + 1) - (\delta + n)(k_g^* + 1)] - [f(k_g^*) - (\delta + n)k_g^*]$$
$$= [f(k_g^* + 1) - f(k_g^*)] - (\delta + n)$$
$$= \underline{\hspace{3cm}} - (\delta + n)$$

$\Longrightarrow MPK \underline{\hspace{2cm}} \delta + n$ で黄金律が達成